

EXERCISE ONE

作业在2012/10/30课堂交，带***题目选做。上机作业发电子邮件。

1. (Koch曲线) 设 P_n, A_n 分别为第 n 层Koch雪花曲线的周长和面积。
 - a: 证明Koch雪花曲线的长度公式: $P_n = 4/3P_{n-1}$
 - b: 证明: $\lim A_n = 8/5A_0$
 - c: 以上说明无限周长曲线可以围成有限面积, 解释有限周长不能围成无限面积。
2. (分形维数)
 - a: 标准Sierpinski地垫的伸缩因子是 $s = 1/2$, 说明 $s = 2/3, 1/3, 4/3$ 时的分形维数; 特别给出所有可能的分形维数。图像见上机作业。其维数和直观一致吗?
 - b: 标准Koch雪花曲线的递归调用是4次, 选择正四边形, 正五边形, 正六边形凸起时, 递归调用次数是5, 6, 7, 计算对应的分形的维数; 特别给出所有可能的分形维数。图像见上机作业。其维数和直观一致吗?
3. (共形变换)
 - a: 给出绕任一点旋转 θ 的变换公式;
 - b: 给出绕任一点均匀伸缩 s 的变换公式;
 - c: 证明: 以上两个变换可以交换。
4. (仿射变换)
 - a: 证明: 任一仿射变换的矩阵表示的最后一行为 $[0, 0, 1]$.
 - b: 给出以上类型矩阵的逆的公式。记 $M = [x_1, x_2, x_3; y_1, y_2, y_3; 0, 0, 1]$, 求 M^{-1} .

说明: 存在逆的条件。

 - c: (***) 称存在逆的仿射变换称为非奇异仿射变换。证明: 其组成一个群 (关于矩阵乘法)。

上机作业：上交源程序.m和一个readme.txt文件到邮箱

要求：可以组成2人小组一起完成作业

1. (乌龟画星星)
 - a: 利用tStar函数, 实验不同的 n 画图: 找出至少一个不为星形的情形。如果改变旋转角 $4\pi/n$ 为 $8\pi/n$, 有什么变化?
 - b: 构造新的程序NewStar函数, 把原程序中旋转角 $4\pi/n$ 改为 $\pi - \pi/n$. 说明 n 为偶数和奇数时, 形状有什么区别。
 - c: 利用旋转, 放大, 或平移画出类似国旗中的五个星星。
2. (分形)
 - a: 利用frac_gask函数, 画出习题二中不同 s 对应的Sierpinski地垫;
 - b: 构造新的程序frac_pgask函数, 画出多边形形状的Sierpinski地垫; (改变旋转角度和循环次数即可)
 - c: 利用frac_bump函数, 构造三个不同初始形状的Koch雪花曲线。(改变 $n = 0$ 时的代码即可: 可以选为三角凸起, 正方形凸起等);
 - d: 构造新的程序frac_pbump函数, 画出习题二中不同递归调用次数的Koch雪花曲线 (改变循环次数, 注意计算旋转角度)。
 - e: (***) 利用标准雪花曲线加上两个依次旋转 $2\pi/3$ 的标准Koch雪花曲线画出一个封闭的雪花图案。